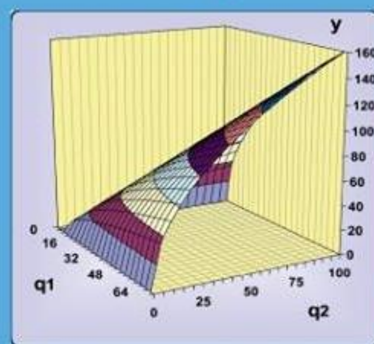
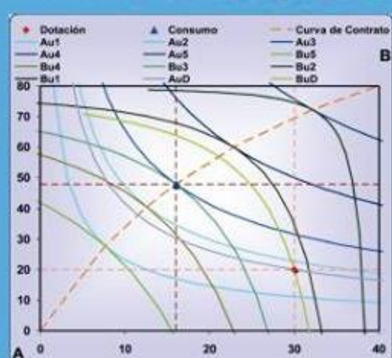
MICROECONOMÍA

Teoría, Simuladores Computacionales y Retos





Laboratorio de Análisis Social y Económico A.C.

Miguel Cervantes Jiménez, *aborda los principales temas de la Teoría Microeconómica Neoclásica, con un enfoque que puede alimentar su escepticismo o bien volverlos adeptos; prólogo de Dario Ibarra Zavala*

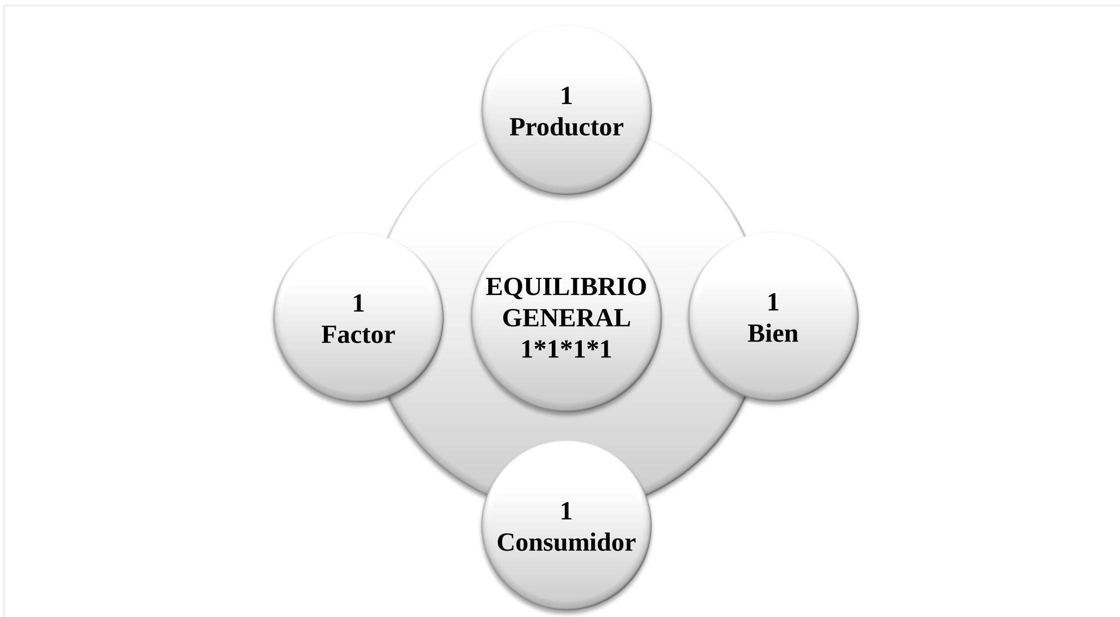
Incluye linck de descarga gratuita de simulador

20. EQUILIBRIO GENERAL DE UN PRODUCTOR Y UN CONSUMIDOR

La literatura de principios del siglo XVIII nos dotó de una historia en la que un hombre, habitante único de una isla, actúa por momentos como productor y, a la vez, actúa como un consumidor, pero ambas acciones deben coincidir.

El objetivo de este capítulo es exponer el equilibrio general de un productor y un consumidor al determinar un plan de producción y consumo que maximiza el beneficio y la utilidad del individuo ante las restricciones impuestas por la tecnología y la disponibilidad de recursos[1].

Red conceptual 1. El equilibrio general de un productor y un consumidor.



Al finalizar el tema, usted estará en condiciones de:

- Demostrar la existencia del equilibrio general en el enfoque centralizado, es decir, maximizar la utilidad del consumidor sujeto a la restricción tecnológica;
- Comprobar la existencia del equilibrio general en el enfoque descentralizado, es decir, en primer lugar, maximizar la producción sujeta al isobeneficio y en segundo lugar, maximizar la utilidad del consumidor sujeto a su restricción presupuestal; y
- Argumentar la Ley de Walras en el equilibrio general simple.

20.1. FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN Y DE UTILIDAD

Para simplificar la exposición del equilibrio general simple se supone la existencia de un agente que simultáneamente actúa como productor y consumidor. En ambos roles se comporta de forma competitiva, es decir, el productor y el consumidor actúan como tomadores de precios, por lo que consideran los precios del bien y el factor dados. El agente

[1] El presente capítulo constituye parte de los microfundamentos del modelo de ciclo económico real de la nueva economía clásica.

económico, generalmente llamado Robinson Crusoe[2], representa la combinación de una economía doméstica y una empresa, por lo que el agente combina actividades de consumo y de trabajo de la economía doméstica con las actividades de producción y de contratación de mano de obra de la empresa.

El productor contrata unidades de factor trabajo, denominadas *q*, para producir el bien de consumo denotado por ***x***, la función de producción es la relación entre las horas de trabajo y la cantidad producida del bien, matemáticamente $x = f\left(\underset{+}{q}\right)$. Se supone que la función de producción cumple con las condiciones de Inada, es decir, cuando se emplean cero unidades de factor el producto es nulo, conforme se adicionan unidades de factor trabajo el volumen de producción aumenta, pero el trabajo presenta rendimientos marginales decrecientes, por lo que ante su aumento la función pierde celeridad (se aplana).

Asimismo, se presume que el sistema de preferencias del consumidor son continúas, monótonas y convexas definidas en torno al consumo de ocio y de unidades del bien producido por la empresa. La dotación total del tiempo disponible del agente se denota por $\overline{q}$ (veinticuatro horas en un día, por ejemplo) y el tiempo de trabajo por *q*, por lo que el tiempo de ocio, denotado por *o*, se puede definir como el tiempo disponible menos el tiempo de trabajo, es decir, $o = \overline{q} - q$; por su parte, *c* representa el bien de consumo, este es perecedero y no se puede almacenar de un período a otro, además la dotación inicial del bien por parte del consumidor es nula. Así la función de utilidad del consumidor es $u = u(o,c) = u(\overline{q} - q, c)$.

El equilibrio general tiene dos enfoques, el centralizado donde el trueque es el método de intercambio y, el descentralizado en donde los precios de mercado cumplen su papel de incentivo para realizar intercambios.

20.2. EL ENFOQUE CENTRALIZADO

El enfoque centralizado utiliza el trueque como mecanismo de intercambio.

La función de producción expresa que el volumen de producción de la empresa depende positivamente del tiempo de trabajo o esfuerzo laboral, $x = f\left(\underset{+}{q}\right)$ en donde *x* es el volumen de producción y *q* es la cantidad de trabajo utilizado en el proceso productivo.

La función de producción, graficada en la Ilustración 20.1, cumple las siguientes propiedades: cuando se ocupan cero horas de trabajo la producción es nula, $x = f(0) = 0$, ante el aumento de horas de trabajo el volumen de producción siempre aumenta y la función

[2] "La vida e increíbles aventuras de Robinson Crusoe, marinero de York" es la obra más famosa de Daniel Defoe, publicada en 1719 y considerada la primera novela inglesa. Es una autobiografía ficticia del protagonista, un náufrago inglés, que pasa 27 años en una remota isla tropical. La historia tuvo como inspiración hechos reales ocurridos a Pedro Serrano y Alexander Selkirk. Robinson, fue el único superviviente del naufragio de un barco mercante y vivió durante algunos años completamente solo en una isla deshabitada cerca a la desembocadura del río Orinoco de América; hasta la aparición de Viernes, un nativo de la región.

es creciente, $\frac{dx}{dq} = \frac{df(q)}{dq} > 0$, pero aumentos adicionales de trabajo generan rendimientos marginales decrecientes, por lo que se va aplanando, $\frac{d^2x}{dq^2} = \frac{d^2f(q)}{dq^2} < 0$.

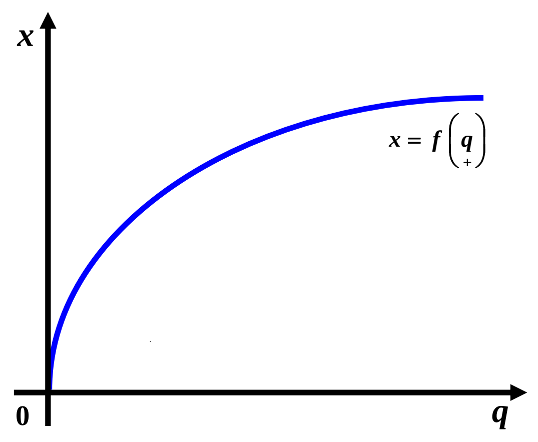


Ilustración 20.1. La función de producción de la empresa.

Donde:
q = Factor trabajo.
x = Bien de consumo.

La función de producción cumple las condiciones de Inada, es decir, con cero unidades de factor el producto es nulo (parte del origen), conforme se adicionan horas de trabajo el volumen de producción aumenta (la función siempre es creciente), pero el trabajo presenta rendimientos marginales decrecientes (la función se va aplanando).

El agente tiene una cantidad fija de tiempo en cada período, $\bar{q}$, que puede distribuir entre trabajo (q) y ocio $(o = \bar{q} - q)$, además debe consumir (c). En este tenor, la función de utilidad del agente es una disyuntiva entre cantidad de ocio y consumo. La Ilustración 20.2 muestra todas las combinaciones posibles de consumo y esfuerzo laboral para un nivel de utilidad dado. La función de utilidad es la siguiente $u = u(\bar{q} - q, c)$, la utilidad del consumo es creciente $\frac{\partial u}{\partial c} = \frac{\partial u(\bar{q} - q, c)}{\partial c} > 0$, pero la utilidad marginal del consumo es decreciente $\frac{\partial^2 u}{\partial c^2} = \frac{\partial^2 u(\bar{q} - q, c)}{\partial c^2} < 0$; en tanto, la utilidad del ocio es creciente $\frac{\partial u}{\partial q} = \frac{\partial u(\bar{q} - q, c)}{\partial(\bar{q} - q)} > 0$ y su utilidad marginal es decreciente $\frac{\partial^2 u}{\partial q^2} = \frac{\partial^2 u(\bar{q} - q, c)}{\partial(\bar{q} - q)^2} < 0$. Cabe señalar que el trabajo al ser un mal[3] (por eso su signo negativo) su utilidad es decreciente $\frac{\partial u}{\partial q} = \frac{\partial u(q,c)}{\partial q} < 0$, pero la utilidad marginal del trabajo es creciente $\frac{\partial^2 u}{\partial q^2} = \frac{\partial^2 u(q,c)}{\partial q^2} > 0$.

[3] Si, el trabajo es un mal; ¡es tan malo que hay que pagarlo para que lo realicen!

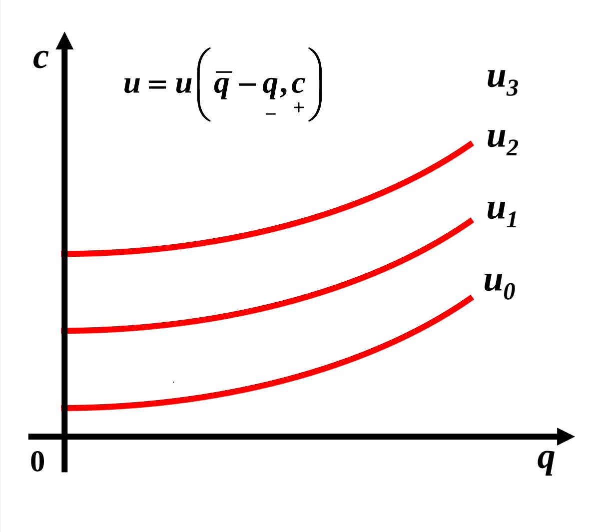


Ilustración 20.2. Curvas de indiferencia

Donde:
q = Factor trabajo.
c = Consumo.
u = Curvas de indiferencia.

Las curvas de indiferencia muestran todas las combinaciones de consumo y esfuerzo laboral para un nivel de utilidad dado. Su pendiente indica la cantidad de consumo que requiere el agente para compensar el aumento de una hora de trabajo (la relación marginal de sustitución ocio-consumo).

El nivel de utilidad es constante a lo largo de una curva de indiferencia, pero a medida que el individuo se desplaza verticalmente a otras curvas, manteniendo fija la cantidad de trabajo, eleva su consumo y aumentando su utilidad. La pendiente en cualquier punto de la curva de indiferencia indica el incremento del consumo necesario para compensar el aumento de una unidad de trabajo (equivalente a la pérdida de una unidad de ocio); se le denomina relación marginal de sustitución ocio-consumo. En términos geométricos la relación marginal de sustitución ocio-consumo es la pendiente de la curva de indiferencia; en términos matemáticos es la razón de la utilidad marginal del ocio respecto a la utilidad marginal del consumo, esto es:

$$RMS_{OC} = \frac{\dfrac{\partial u(\bar{q}-q,\, c)}{\partial(\bar{q}-q)} \dfrac{\partial(\bar{q}-q)}{\partial q}}{\dfrac{\partial u(\bar{q}-q,\, c)}{\partial c}} = \text{Relación marginal de sustitución ocio-consumo}$$

Por otra parte, se supone que el agente consume todos los bienes que produce, por lo que:

$c = x = f(q)$. El consumo es una fuente de utilidad para el agente y sólo podrá consumir más si eleva la producción.

El problema del agente es identificar la cantidad de ocio, por tanto de trabajo, y la cantidad de consumo consistente con la dotación inicial de tiempo disponible y el estado del arte de la tecnología que maximice la utilidad del agente. Matemáticamente, el problema del agente es maximizar su utilidad, la que depende de su cantidad de ocio y de consumo, sujeto a la disponibilidad de tiempo y a la restricción tecnológica, a saber:

$$\begin{aligned} &\max_{q,\, c} \quad u(o,\, c) = u(\bar{q}-q,\, c) \\ &s.a. \quad x = f(q) \end{aligned}$$

El problema de maximización restringida se simplifica utilizando una función auxiliar lagrangiana y sustituyendo el consumo (c) por las unidades producidas del bien de consumo (x), a saber:

$$\max_{q,\, x,\, \lambda} \quad \Im = u(\bar{q}-q,\, x) + \lambda\left[f(q) - x \right]$$

Las tres condiciones de primer orden son las siguientes:

$$\frac{\partial \Im}{\partial q} = \frac{\partial u\left(\bar{q}-q,\, x\right)}{\partial\left(\bar{q}-q\right)} \frac{\partial\left(\bar{q}-q\right)}{\partial q} + \lambda \frac{\partial f\left(q\right)}{\partial q} = -UMo + \lambda f'\left(q\right) = 0 \qquad \lambda = \frac{UMo}{f'\left(q\right)}$$

$$\frac{\partial \Im}{\partial x} = \frac{\partial u\left(\bar{q}-q,\, x\right)}{\partial x} - \lambda \frac{\partial x}{\partial x} = UMx - \lambda = 0 \qquad \lambda = UMx$$

$$\frac{\partial \Im}{\partial \lambda} = f\left(q\right) - x = 0$$

$$\text{Como: } \lambda = \lambda \Rightarrow UMx = \frac{UMo}{f'\left(q\right)}$$

$$\underbrace{f'\left(q\right)}_{PMg} = \underbrace{\frac{UMo}{UMx}}_{RMS_{o-c}}$$

En el equilibrio general de un productor y un consumidor la productividad marginal del trabajo debe ser igual a la relación marginal de sustitución ocio-consumo[4]. Este resultado significa que el agente económico elige la combinación de cantidad de trabajo y cantidad del bien de consumo que maximiza su utilidad, por tanto, elige la combinación $\left(q_0,\, x_0\right)$, aquel punto en donde la función de producción es tangente a la curva de indiferencia, tal como lo presenta el punto A de la Ilustración 20.3.

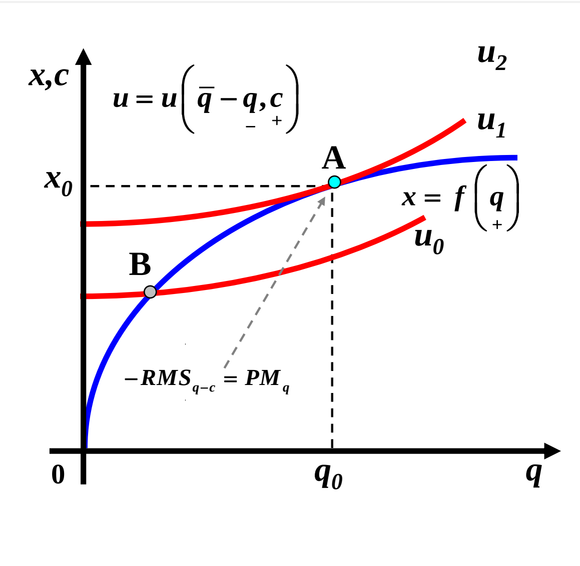


Ilustración 20.3. La elección ocio-consumo

Donde:
q = Factor trabajo.
x = Bien de consumo.
c = Consumo.
u = Curvas de indiferencia.

El equilibrio se alcanza en el punto de tangencia entre la curva de indiferencia y la función de producción, determinándose la cantidad de trabajo, la producción y el consumo de equilibrio. En dicho punto la relación marginal de sustitución ocio-consumo debe ser igual a la productividad marginal del trabajo.

Suponga que la economía doméstica parte de la combinación de trabajo y consumo representada por el punto B de la Ilustración 20.3, en dicho punto la utilidad del consumo es igual al volumen de producción, pero la productividad marginal del trabajo es mayor que la relación marginal de sustitución ocio-consumo, por lo que el punto B no representa un equilibrio, más bien es un incentivo a incrementar el esfuerzo laboral en una cantidad mayor

[4] Note que el valor de la relación marginal de sustitución ocio-consumo es negativa. Esto sucede porque la relación marginal de sustitución es decreciente, pero como en este caso el trabajo es un mal la multiplicación por menos uno debe mostrarse negativa.

a la correspondiente al punto B. Cuando la diferencia desaparece ya no compensa trabajar más, porque al elevarse el trabajo y al desplazarse a lo largo de la función de producción más allá del punto B, la economía doméstica encuentra curvas de indiferencia más elevadas aumentando su utilidad.

Para identificar la cantidad de trabajo y de consumo del agente es necesario buscar la curva de indiferencia más alta que toque en un sólo punto a la función de producción. El punto de tangencia de la curva de indiferencia y la función de producción determina la combinación de trabajo y de bienes de consumo. En el equilibrio la pendiente de la curva de indiferencia debe ser igual a la pendiente de la función de producción, es decir, la productividad marginal del trabajo debe ser idéntica a la relación marginal de sustitución ocio-consumo.

Lo anterior quiere decir que el producto marginal de una hora adicional de trabajo debe ser igual a la relación marginal de sustitución entre el ocio y la producción del bien de consumo. Si fuera mayor sería conveniente renunciar a una determinada cantidad de ocio para obtener unidades adicionales del bien, en caso contrario el ocio sería una mejor opción.

Este equilibrio es eficiente en el sentido de Pareto[5] en dos sentidos:

- **A.** La demanda de trabajo es técnicamente óptima para la producción del bien de consumo porque el equilibrio está en la frontera de posibilidades de producción, y
- **B.** La combinación de unidades del bien de consumo y las horas de trabajo le permite al agente alcanzar la máxima utilidad.

20.2.1. El caso Cobb-Douglas del enfoque centralizado

Si la función de producción se representa por $x = f(q) = Aq^{\alpha}$, en donde A es un parámetro tecnológico, α es la elasticidad producto del trabajo (q) y la función de utilidad es $u = u(o,c) = u(\bar{q} - q, c) = (\bar{q} - q)^{\beta} c^{\gamma}$ en donde: $(\bar{q} - q)$ representa el ocio, c el consumo, así como β y γ las potencias del ocio y el trabajo, respectivamente.

El problema de maximización de la utilidad de la economía doméstica sujeta a la restricción tecnológica es:

$$\max_{q,\,c} \ (\bar{q} - q)^{\beta} c^{\gamma}$$

$$\text{s.a.} \ x = f(q) = Aq^{\alpha}$$

El mejor método para resolver este problema es el de sustitución, para ello se remplaza x por c en la función de producción $c = Aq^{\alpha}$ y Aq^{α} en la función de utilidad, con lo que resulta $u = (\bar{q} - q)^{\beta} (Aq^{\alpha})^{\gamma}$. Factorizando los exponentes $u = (\bar{q} - q)^{\beta} A^{\gamma} q^{\alpha\gamma}$; así el problema es maximizar la función de utilidad respecto al trabajo:

$$\max_{q} \quad (\bar{q} - q)^{\beta} A^{\gamma} q^{\alpha\gamma}$$

El problema se resuelve aplicando la regla del producto, esto es:

---

[5] En el equilibrio la relación marginal de sustitución ocio consumo es igual a la productividad marginal del trabajo y, como el ocio y el trabajo se convierten a una tasa de uno a uno, el producto marginal del trabajo representa la tasa marginal de transformación; condición *sine qua non* del equilibrio general.

$$\frac{\partial u}{\partial q}=\left(\frac{\partial\left(\bar{q}-q\right)^{\beta}}{\partial\left(\bar{q}-q\right)}\frac{\partial\left(\bar{q}-q\right)}{\partial q}\right)A^{\gamma}q^{\alpha\gamma}+\left(\bar{q}-q\right)^{\beta}\frac{\partial\left(A^{\gamma}q^{\alpha\gamma}\right)}{\partial q}=0$$

$$\frac{\partial u}{\partial q}=\beta\left(\bar{q}-q\right)^{\beta-1}\left(-1\right)A^{\gamma}q^{\alpha\gamma}+\left(\bar{q}-q\right)^{\beta}\alpha\gamma A^{\gamma}q^{\alpha\gamma-1}=0$$

Por tratarse de una condición de primer orden es igual a cero. Para despejar q se suma el primer término en ambos lados de la función derivada, se eliminan términos comunes y se despeja q:

$$\beta\left(\bar{q}-q\right)^{\beta-1}A^{\gamma}q^{\alpha\gamma}=\left(\bar{q}-q\right)^{\beta}\alpha\gamma A^{\gamma}q^{\alpha\gamma-1}\Rightarrow$$

$$\frac{\beta\left(\bar{q}-q\right)^{\beta-1}A^{\gamma}q^{\alpha\gamma}}{\left(\bar{q}-q\right)^{\beta}A^{\gamma}q^{\alpha\gamma}}=\frac{\left(\bar{q}-q\right)^{\beta}\alpha\gamma A^{\gamma}q^{\alpha\gamma-1}}{\left(\bar{q}-q\right)^{\beta}A^{\gamma}q^{\alpha\gamma}}\Rightarrow$$

$$\beta\left(\bar{q}-q\right)^{-1}=\alpha\gamma q^{-1}\Rightarrow\frac{\beta}{\left(\bar{q}-q\right)}=\frac{\alpha\gamma}{q}\Rightarrow\frac{\beta}{\alpha\gamma}=\frac{\bar{q}}{q}-\frac{q}{q}\Rightarrow$$

$$\frac{\beta}{\alpha\gamma}=\frac{\bar{q}}{q}-1\Rightarrow\frac{\beta}{\alpha\gamma}+1=\frac{\bar{q}}{q}\Rightarrow$$

$$q=\frac{\bar{q}}{\frac{\beta}{\alpha\gamma}+1}=\frac{\bar{q}}{\frac{\beta+\alpha\gamma}{\alpha\gamma}}=\frac{\bar{q}\alpha\gamma}{\beta+\alpha\gamma}=\bar{q}\frac{\alpha\gamma}{\beta+\alpha\gamma}$$

Para determinar el volumen de producción se sustituye la cantidad óptima de trabajo en la función de producción:

$$x=Aq^{\alpha}=A\left(\bar{q}\frac{\alpha\gamma}{\beta+\alpha\gamma}\right)^{\alpha}=c$$

Para obtener la utilidad de la economía doméstica se sustituye el consumo (volumen de producción óptimo) en la función de utilidad:

$$u=\left(\bar{q}-q\right)^{\beta}c^{\gamma}=\left(\bar{q}-\left(\bar{q}\frac{\alpha\gamma}{\beta+\alpha\gamma}\right)\right)^{\beta}\left(A\left(\bar{q}\frac{\alpha\gamma}{\beta+\alpha\gamma}\right)^{\alpha}\right)^{\gamma}$$

20.3. EL ENFOQUE DESCENTRALIZADO

Este enfoque incorpora el mecanismo de mercado en dos vertientes, por una parte reuelve la oferta (productores maximizadores del beneficio sujetos a la restricción del costo) y, por la otra, la demanda (consumidores maximizadores de la utilidad sujetos a la restricción presupuestal).

En este enfoque el productor compra el tiempo de ocio del consumidor para emplearlo como esfuerzo laboral en la producción, proceso que le permite fabricar el bien de consumo, cuya venta genera el ingreso de la empresa. Por su parte, el consumidor percibe ingresos como trabajador y como empresario, mismo que utiliza para adquirir el bien de consumo que produce la empresa.

Se supone que privan condiciones competitivas, dado el precio del bien y del trabajo, el empresario contrata una determinada cantidad de horas de trabajo con el objetivo de producir el bien de consumo y maximizar su beneficio. Por otra parte, el agente trabajador vende horas de ocio a la empresa en forma de trabajo recibiendo un salario, pero el agente actúa también como empresario que recibe un beneficio; con ambos ingresos el agente consumidor elige su canasta de consumo (conformada por unidades del bien de consumo y horas de trabajo) con la finalidad de maximizar su utilidad.

En el enfoque descentralizado las decisiones de producción y consumo se descomponen en dos acciones particulares a través del mecanismo de mercado. Esto es, si el agente decide crear un mercado de trabajo y otro para el bien de consumo, se comportará en un momento como productor y en otro como consumidor. En los siguientes apartados se descentralizan ambas conductas, en primer lugar se maximiza el beneficio del productor, después se maximiza la utilidad del consumidor y, posteriormente, se contrastan ambas conductas para demostrar que el mercado equilibra ambas conductas a través del mecanismo de incentivo de los precios.

20.3.1. El productor maximizador del beneficio

El productor compra el tiempo de ocio del consumidor para ocuparlo como trabajo en el proceso productivo para fabricar el bien de consumo, cuya venta genera el ingreso de la empresa. Denominando a w como el precio del trabajo (por tanto, del ocio) y a p como el precio del bien de consumo, el problema de maximización del beneficio de la empresa es el siguiente:

$$\max_q \ \pi = px - wq$$

Como $\boldsymbol{x = f(q)}$, el problema se rescribe como:

$$\max_q \ \pi = pf(q) - wq$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial q} = p\frac{\partial f(q)}{\partial q} - w\left(\frac{\partial q}{\partial q}\right) = 0$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial q} = pf'(q) - w = 0$$

Se suma w en ambos miembros para obtener la condición de equilibrio, a saber, el valor del producto marginal es igual al salario nominal:

$$\underbrace{pf'(q)}_{\text{Valor del producto marginal}} - \underbrace{w}_{\text{Salario nominal}} = 0$$

El aumento de la cantidad de factor trabajo produce dos efectos sobre el beneficio, en primer lugar, una hora adicional de trabajo eleva la producción en la cuantía de la productividad marginal del trabajo y el ingreso bruto derivado de las ventas aumenta en la cantidad $pf'(q) = p(PMq)$; en segundo lugar, los pagos de salarios aumentan en la cuantía del salario, w. Entonces, el beneficio se eleva con el aumento de la cantidad de trabajo si el valor de la productividad marginal del trabajo es superior al salario. Para maximizar el beneficio, una empresa aumenta el empleo hasta el punto en el que el valor de la productividad marginal es igual al salario.

Dividiendo por p ambos miembros de la condición de equilibrio, resulta:

$$\underbrace{f'(q)}_{\text{Producto marginal}} = \underbrace{\frac{w}{p}}_{\text{Salario real}}$$

Este resultado indica que el productor elige la cantidad de factor trabajo de tal manera que el producto marginal del trabajo sea igual al salario real (salario nominal dividido por el precio del bien). En este punto, la última unidad de trabajo contribuye a la producción exactamente lo justo para cubrir el costo adicional de esta unidad de trabajo expresada en unidades del bien (salario real).

Para analizar detalladamente el proceso, se parte de la función de beneficio y se despeja x para generar la recta isobeneficio, esto es: si $\pi = px - wq$, sumando el costo total y dividiendo por el precio del bien resulta:

$$x = \frac{\pi}{p} + \frac{w}{p}q$$

El isobeneficio se define como el lugar geométrico de la combinación de cantidad de factor trabajo y de unidades del bien de consumo para un determinado nivel de beneficio. Su ordenada al origen mide el beneficio expresado en términos de unidades del bien cuando la producción es nula y su pendiente equivale al salario real por cada hora de trabajo adicional.

Sobre la recta de isobeneficio se elegirá un punto óptimo en donde se maximiza el beneficio, esto sucede en el punto A de la Ilustración 20.4, en donde el isobeneficio es tangente a la función de producción, igualándose sus pendientes y determinando la cantidad óptima de horas de trabajo (q_0) y el volumen de producción asociado (x_0). La condición de maximización del beneficio establece que la pendiente de la función de producción, el producto marginal, sea igual a la pendiente del isobeneficio, el salario real. Dicha condición determina la cantidad óptima de trabajo que la empresa debe ocupar para maximizar el beneficio. En términos económicos la condición de equilibrio establece que la retribución que percibe el trabajador debe ser igual a lo que produce.

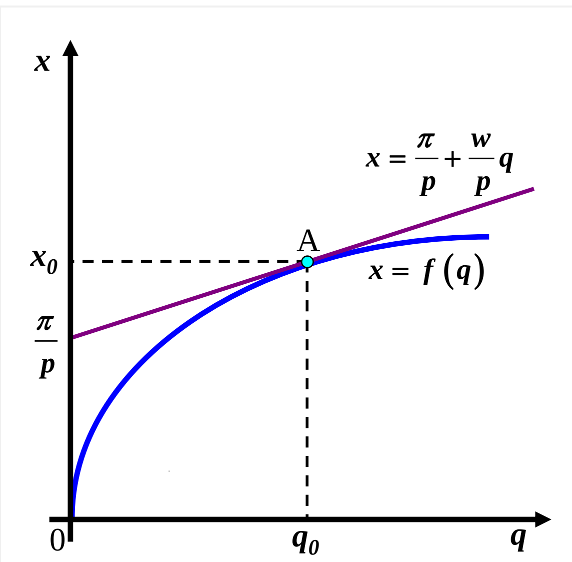


Ilustración 20.4. La maximización del beneficio de la empresa.

Donde:
q = Cantidad de trabajo.
x = Cantidad del bien.

La función de producción relaciona la cantidad de esfuerzo laboral con el volumen de producción. El isobeneficio combina la cantidad de factor y volumen de producción dado elbeneficio. El empresario maximiza el beneficio en donde las pendientes de la función de producción y el isocosto son iguales (el producto marginal del trabajo es igual al salario real).

20.3.2. El consumidor maximizador de la utilidad

El agente actúa ahora como consumidor, enfrenta la decisión entre la cantidad de trabajo (de ocio) y su nivel de consumo, pero está restringido por su ingreso. El ingreso del consumidor procede de dos fuentes, en primer lugar, si destina q horas de trabajo percibirá un ingreso qw, su ingreso por concepto de salario; en segundo lugar, como empresario obtienen un ingreso igual al beneficio $\pi = px - wq$. Así, el ingreso del consumidor, denotado por m, es igual al ingreso como trabajador más el ingreso como empresario, es decir, es igual al salario más el beneficio, matemáticamente: $m = wq + \pi = wq + px - wq$, y dividiendo ambos términos por p se genera la recta presupuestal: $x = \frac{\pi}{p} + \frac{w}{p}q$, con pendiente w/p que pasa por un punto de dotación $(0, \pi/p)$, es decir, trabajo nulo y una dotación del bien x de π/p unidades cuando no realiza transacción alguna. Cabe señalar que la restricción presupuestal del agente es idéntica a la función de isobeneficio.

Por su parte, las curvas de indiferencia muestran las diversas combinaciones de unidades de trabajo y de unidades del bien de consumo para un determinado nivel de utilidad, pero como el trabajo es un mal, entonces la curva de indiferencia tiene pendiente positiva. La diferencia entre la cantidad máxima de trabajo y la cantidad de trabajo efectivo representa la demanda de ocio del agente.

El problema del consumidor es elegir la canasta de consumo que maximice su utilidad, dado el precio del bien, el salario y el ingreso. Matemáticamente este problema se representa de la siguiente manera:

$$\max_{q,x} \; u\left(\bar{q} - q, x\right)$$
$$\text{s.a.} \quad px = \pi + wq$$

Generando la función auxiliar lagrangiana el problema se simplifica:

$$\max_{q,x\lambda} \; \Im = u\left(\bar{q} - q, x\right) + \lambda\left(\pi + wq - px\right)$$

Las tres condiciones de primer orden son las siguientes:

$$\frac{\partial \Im}{\partial q} = \frac{\partial u\left(\bar{q} - q, x\right)}{\partial\left(\bar{q} - q\right)} \frac{\partial\left(\bar{q} - q\right)}{\partial q} + \lambda w = -UMo + \lambda w = 0 \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{UMo}{w}$$
$$\frac{\partial \Im}{\partial x} = \frac{\partial u\left(\bar{q} - q, x\right)}{\partial x} - \lambda p = UMx - \lambda p = 0 \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{UMx}{p}$$
$$\frac{\partial \Im}{\partial \lambda} = \pi + wq - px = 0$$

Como $\lambda = \lambda$, entonces $\frac{UMo}{w} = \frac{UMc}{p} \Rightarrow \frac{UMo}{UMc} = \frac{w}{p}$ en donde $\underbrace{\frac{UMo}{UMc}}_{\text{Relación marginal de sustitución ocio consumo}} = \underbrace{\frac{w}{p}}_{\text{Salario real}}$

Con base en el salario real el agente elige la cantidad óptima de ocio (por tanto de trabajo) que se desea ofrecer, así como la cantidad que la empresa desea emplear, en este nivel óptimo de consumo la relación marginal de sustitución ocio-consumo debe ser igual al salario real.

Dada la restricción del ingreso, el consumidor maximiza su utilidad sobre la curva de indiferencia más alejada posible, esto se localiza en el punto en donde la pendiente de la curva de indiferencia es igual a la pendiente de la recta presupuestal, es decir, en donde la relación marginal de sustitución ocio-consumo es igual al salario real. Este resultado se visualiza en el punto A de la Ilustración 20.5.

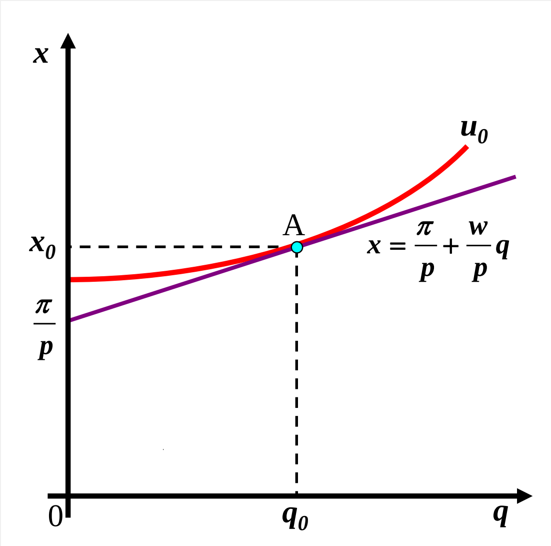


Ilustración 20.5. La maximización de la utilidad del consumidor

Donde:
q = Cantidad de trabajo.
x = Cantidad del bien.

El consumidor maximiza la utilidad en donde las pendientes de la curva de indiferencia y la recta presupuestal son iguales; es el punto de tangencia, por lo que la relación marginal de sustitución ocio-consumo es igual al salario real.

20.3.3. El productor y el consumidor

Por una parte, el productor maximiza el beneficio en donde el producto marginal del trabajo es igual al salario real, por otra parte, el consumidor maximiza su utilidad sujeto a la restricción presupuestal en donde la relación marginal de sustitución ocio-consumo es igual al salario real. Ambas gráficas se agregan en la Ilustración 20.6.

$$\overbrace{\underbrace{\underset{\text{Producto marginal del trabajo}}{f'(q)} = \underset{\text{Salario real}}{\frac{w}{p}}}_{\text{MERCADO LABORAL}}}^{\text{ELECCION DEL PRODUCTOR}} = \overbrace{\underbrace{\underset{\text{Salario real}}{\frac{w}{p}} = \underset{\text{Relación marginal de sustitución ocio consumo}}{\frac{UMo}{UMc}}}_{\text{MERCADO DE BIENES}}}^{\text{ELECCION DEL CONSUMIDOR}}$$

Cabe señalar que la ecuación $px = \pi + wq$ es una identidad contable, si se sustituye el beneficio por sus componentes es fácil ver la identidad: $px = px - wq + wq$, lo que implica $px = px$. Lo importante de esta ecuación es mostrar que el valor de la producción se utiliza para retribuir a los factores de la producción (tanto al trabajador como al propietario de la empresa), por lo que el ingreso del consumidor es el justo para comprar la producción de la empresa. Sin embargo, por tratarse de una identidad contable se cumple para cualquier sistema de precios.

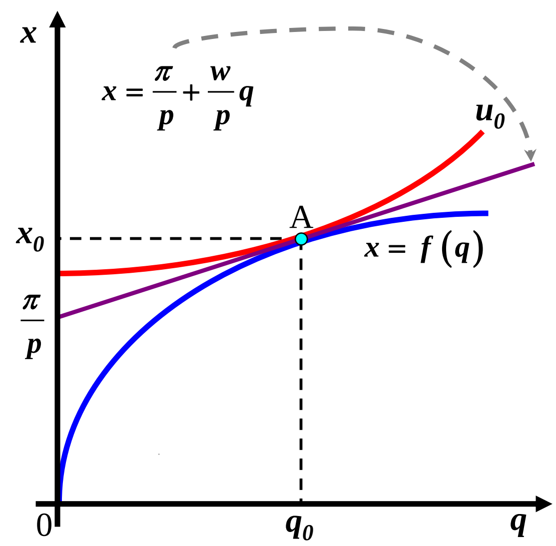


Ilustración 20.6. Equilibrio general enfoque descentralizado.

Donde:
q = Cantidad de trabajo.
x = Cantidad del bien.
π = Beneficio.
w = Salario
p = Precio del bien

El productor determina la cantidad de trabajo (q_0) y el volumen de producción (x_0) maximizando el beneficio. El consumidor determina la cantidad de trabajo (q_0) y la cantidad del bien de consumo (x_0 = c_0) maximizando su utilidad sujeto a la recta presupuestal.

En el equilibrio, el producto marginal del trabajo es igual al salario real y la relación marginal de sustitución ocio-consumo es igual al salario real.

El papel de los precios es igualar las cantidades ofrecidas con las cantidades demandadas tanto en el mercado de bienes como en el mercado de factores. El rol de los precios es proporcionar los incentivos adecuados para que las decisiones de la empresa y el consumidor sean independientes pero compatibles, lo que permite descentralizar las decisiones de la empresa y del consumidor.

20.3.4. Ley de Walras

La Ley de Walras, establece que para cualquier sistema de precios, la suma del valor del exceso de demanda debe ser igual a cero. Si $px = \pi + wq$, sustituyendo el benefico por su igualdad: $px = px - wq + wq$ y $px = px$. Ahora, se sustituye en el segundo miembro x por $f(q)$, y resulta que $px = pf(x)$ y si se resta $pf(x)$ en ambos lados de la ecuación, entonces resulta que: $px - pf(q) = 0 \Rightarrow p\left(x - f(q)\right) = 0$. Esta expresión corresponde a la demanda neta del bien de consumo y significa que la demanda del bien de consumo debe ser igual a su oferta para que la demanda neta sea nula y el mercado se vacíe. Asimismo, en el mercado laboral la igualdad $px = px - wq^d + wq^s$ implica que $-wq^d$ es la demanda de trabajo, en tanto que wq^s es la oferta de trabajo. Si se iguala a cero y se nulifica px, se deduce que $wq^d - wq^s = 0$, despejando el salario $w\left(q^d - q^s\right) = 0$ se obtiene la demanda neta del esfuerzo laboral, la que debe igualarse a cero para que el mercado de trabajo se vacíe.

Por una parte, la empresa determina la oferta del bien y la demanda de trabajo y (x, q^d); por la otra, el consumidor determina la demanda del bien y la oferta de trabajo (c, q^s) y sólo en el equilibrio ambas decisiones son consistentes con el vaciado de ambos mercados $(x = c)$ y $(q^d = q^s)$.

El equilibrio walrasiano genera un vector de precios del bien y del trabajo (p, w) con el que el mercado de trabajo y el mercado de bienes están en equilibrio simultáneamente, esto es: $q(p_0\ ,\ w_0)$ y $x(p_0\ ,\ w_0)$. La combinación de consumo y ocio surge como un equilibrio competitivo, si y sólo si, se maximiza la utilidad del consumidor sujeto a las restricciones impuestas por la tecnología y la disponibilidad de recursos.

Al emplear un sistema de mercado el resultado del enfoque descentralizado es idéntico al que se obtuvo con el enfoque centralizado, es decir, si las decisiones de consumo y producción fueran directas, ya que la relación marginal de sustitución ocio-consumo es igual al salario real y el producto marginal del trabajo también es igual al salario real, entonces la relación marginal de sustitución ocio-consumo es igual al producto marginal del trabajo, es decir, que las pendientes de la curva de indiferencia y de la función de producción son iguales, con la diferencia de que el enfoque descentralizado lo consigue por medio de los precios del bien de consumo y el trabajo.

El equilibrio general es más ambicioso todavía. Suponga que el precio del bien es igual a uno (p = 1), así la definición del equilibrio general se reduce a la asignación del factor trabajo y a la determinación del salario (porque el precio del bien ya está determinado). El salario de equilibrio w_0 debe ser tal que la cantidad ofrecida del bien sea igual a su cantidad demandada $x(w_0) = c(w_0)$ y que la cantidad demandada del trabajo sea igual a la cantidad ofrecida $q^d(w_0) = q^s\ (w_0)$. Si el salario fuera menor al de equilibrio la cantidad demanda de trabajo sería mayor que la cantidad ofrecida, presentándose un exceso de demanda de trabajo. En contraste, si el salario fuera mayor que el de equilibrio, la cantidad ofrecida de trabajo sería mayor que la cantidad demandada generando exceso de oferta o desempleo. El equilibrio sólo se alcanza cuando el salario es tal que vacía el mercado laboral. Note que únicamente se analiza el mercado laboral porque la Ley de Walras establece que de n mercados se deben determinar $n\text{-}1$ precios, de dos mercados basta encontrar el precio de uno de ellos, el otro funciona como el bien numerario. Dado el salario de equilibrio automáticamente se vacía el mercado de bienes.

Se puede alcanzar una asignación eficiente de forma descentralizada utilizando los precios como mecanismo de coordinación entre los agentes.

20.3.5. El caso Cobb-Douglas del enfoque descentralizado

Para maximizar el beneficio de la empresa considere que la función de producción se representa por $x = f(q) = Aq^{\alpha}$, en donde x es el volumen de producción, A es un parámetro tecnológico, q es la cantidad de horas de trabajo y α es la elasticidad producto del factor trabajo. El beneficio es $\pi = px - wq$, en donde π es el beneficio, p es el precio del bien producido, x es la cantidad producida, w es el precio de una hora de trabajo y q son las horas de trabajo; el beneficio es la diferencia entre el ingreso total (px) menos el costo total (wq).

Si en el beneficio, $\pi = px - wq$, se sustituye x por la función de producción: $\pi = pAq^{\alpha} - wq$ y se deriva respecto al trabajo:

$$\frac{\partial \pi}{\partial q} = \alpha\, pAq^{\alpha-1} - w = 0$$

Para determinar la cantidad óptima de trabajo empleado por la empresa a partir de la condición de primer orden se despeja q:

$$\alpha\, pAq^{\alpha-1} = w \Rightarrow q^{\alpha-1} = \frac{w}{\alpha\, pA} \Rightarrow q = \left(\frac{w}{\alpha\, pA}\right)^{\frac{1}{\alpha-1}}$$

$$q^* = \left(\frac{w}{\alpha\, pA}\right)^{\frac{1}{\alpha-1}}$$

Ahora se sustituye q^* en la función de producción para calcular el volumen de producción óptimo de la empresa x^*:

$$x^* = f\left(q^*\right) = A\left[\left(\frac{w}{\alpha\, pA}\right)^{\frac{1}{\alpha-1}}\right]^{\alpha} = A\left(\frac{w}{\alpha\, pA}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}$$

Las soluciones obtenidas corresponden a la función de demanda de la empresa y la oferta del bien perecedero[6].

Para maximizar la utilidad del consumidor considere que la función de utilidad se representa por $u = u\left(\bar{q} - q, c\right) = \left(\bar{q} - q\right)^{\beta} c^{\gamma}$ en donde u es la utilidad del consumo que depende de la cantidad de ocio $\left(\bar{q} - q\right)$ y de la cantidad del bien de consumo (c) y los parámetros β y γ son las potencias, respectivas. Por su parte, la restricción presupuestal garantiza que el gasto sea igual al ingreso: $pc = p + wq$, en donde el precio del bien (p) multiplica a la cantidad del bien de consumo (c) para representar el gasto del consumidor y el ingreso es la suma del beneficio (π) con el salario por hora (w) multiplicado por las horas de trabajo (q) (recuerde que el agente cumple dos papeles, uno como productor y otro como trabajador, por lo que su ingreso proviene del beneficio de la empresa y de su ingreso como trabajador).

Asimismo, para expresar la restricción presupuestal en términos del ocio se suma en ambos miembros el máximo ingreso posible $\left(w\bar{q}\right)$:

$$pc + w\bar{q} = \pi + wq + w\bar{q} \Rightarrow pc + w\bar{q} - wq = \pi + w\bar{q} \Rightarrow pc + w\left(\bar{q} - q\right) = \pi + w\bar{q}$$

El problema de maximización de la utilidad sujeto a la restricción presupuestal es:

$$\max_{(\bar{q}-q),c} \left(\bar{q} - q\right)^{\beta} c^{\gamma}$$
$$\text{s.a.} \quad pc + w\left(\bar{q} - q\right) = \pi + w\bar{q}$$

El problema se simplifica sustituyendo la función de utilidad por la función logarítmica de utilidad y maximizando la función auxiliar lagrangiana:

$$\max_{(\bar{q}-q),c,\lambda} \Im = \beta \ln\left(\bar{q} - q\right) + \lambda \ln\left(c\right) + \lambda\left(\pi + w\bar{q} - pc - w\left(\bar{q} - q\right)\right)$$

Las tres condiciones de primer orden son las siguientes:

---

[6] Para analizar el efecto del salario y el precio del bien en las funciones de demanda de trabajo y oferta del bien debe considerar que sus exponentes $1/\alpha\text{-}1$ y $\alpha / \alpha\text{-}1$ serán negativos, por lo que el análisis debe efectuarse en términos del recíproco del término entre paréntesis. Por ejemplo, si $\alpha=0.5$, el término $1/\alpha\text{-}1 = 1/0.5–1=1/–0.5=–2$ y en el exponentes $\alpha / \alpha\text{-}1 = 0.5/0.5–1=0.5/–0.5=–1$. Así, la demanda de trabajo tiene una relación inversa con el salario y directa respecto al precio, en tanto la oferta del bien guarda una relación directa con el precio e inversa con el salario.

$$\frac{\partial \Im}{\partial\left(\bar{q}-q\right)}=\frac{\beta}{\left(\bar{q}-q\right)}-\lambda w=0------(1) \qquad \Rightarrow \left(\bar{q}-q\right)=\frac{\beta}{\lambda w}----(4)$$

$$\frac{\partial \Im}{\partial c}=\frac{\lambda}{c}-\lambda p=0------------\quad(2) \qquad \Rightarrow c=\frac{\gamma}{\lambda p}-------(5)$$

$$\frac{\partial \Im}{\partial \lambda}=\pi+w\bar{q}-pc-w\left(\bar{q}-q\right)=0---\ (3)$$

De la condición (1) se despeja el ocio y se obtiene el ocio de equilibrio, ecuación (4) y de la condición (2) se despeja el consumo para obtener el valor de equilibrio del consumo, ecuación (5).

Los valores de equilibrio (ecuaciones (4) y (5)) se sustituyen en la condición (3), la que garantiza que todo el ingreso se gasta:

$$\pi+w\bar{q}-p\left(\frac{\gamma}{\lambda p}\right)-w\left(\frac{\beta}{\lambda w}\right)=0$$

Se despeja *λ:* $\pi+w\bar{q}=\frac{\gamma}{\lambda}+\frac{\beta}{\lambda}=\frac{\gamma+\beta}{\lambda} \quad \Rightarrow \lambda=\frac{\gamma+\beta}{\pi+w\bar{q}}$

Ahora se sustituye el valor de lambda en las ecuaciones (4) y (5) para determinar los valores de equilibrio del ocio y la cantidad del bien de consumo:

Para la cantidad de ocio, $\left(\bar{q}-q\right)=\frac{\beta}{w\lambda}=\frac{\beta}{w\left(\frac{\gamma+\beta}{\pi+w\bar{q}}\right)}=\frac{\beta}{\gamma+\beta}\frac{\pi+w\bar{q}}{w}$

Se despeja *q* para determinar el valor de equilibrio de la cantidad de trabajo óptima:

$$q=\bar{q}-\left(\frac{\beta}{\gamma+\beta}\frac{\pi+w\bar{q}}{w}\right)$$

Para la cantidad del bien de consumo, $c=\frac{\gamma}{p\lambda}=\frac{\gamma}{p\left(\frac{\gamma+\beta}{\pi+w\bar{q}}\right)}$, factorizando:

$$c=\frac{\gamma}{\gamma+\beta}\frac{\pi+w\bar{q}}{w}$$

En resumen, las ecuaciones de equilibrio de la cantidad de trabajo demandada por la empresa y la ofrecida por el trabajador, y así como la cantidad de equilibrio ofrecida por la empresa y la demandada por el consumidor son las siguientes:

PRODUCTOR (maximización del beneficio)	CONSUMIDOR (maximización de la utilidad)
$q^d = \left(\dfrac{w}{\alpha pA}\right)^{\frac{1}{\alpha-1}}$	$q^S = \overline{q} - \left(\dfrac{\beta}{\gamma+\beta}\dfrac{\pi + w\overline{q}}{w}\right)$
$x = A\left(\dfrac{w}{\alpha pA}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}$	$c = \dfrac{\gamma}{\gamma+\beta}\dfrac{\pi + w\overline{q}}{w}$

La ley de Walras establece que las demandas netas del mercado laboral y el mercado de bienes deben ser nulas, es decir que la cantidad demandada de trabajo sea igual a su cantidad ofrecida y la cantidad ofrecida del bien de consumo por la empresa sea igual a la cantidad demandada por el consumidor, matemáticamente:

En el mercado de factores: $q^d - q^s = 0$

$$\underbrace{\left(\frac{w}{\alpha pA}\right)^{\frac{1}{\alpha-1}}}_{\text{cantidad demanda de trabajo}} - \underbrace{\overline{q} - \left(\frac{\beta}{\gamma+\beta}\frac{\pi + w\overline{q}}{w}\right)}_{\text{cantidad ofrecida de trabajo}} = 0$$

En el mercado de bienes: $x - c = 0$

$$\underbrace{A\left(\frac{w}{\alpha pA}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}}_{\text{cantidad ofrecida del bien}} - \underbrace{\frac{\gamma}{\gamma+\beta}\frac{\pi + w\overline{q}}{w}}_{\text{cantidad demanda del bien}} = 0$$

El equilibrio general se obtiene cuando se determinan los precios relevantes, es decir el precio del bien y el salario. Sin embargo, la ley de Walras establece que sólo se necesitan resolver *n-1* precios, si consideramos que el precio del bien es el numerario entonces $p = 1$ y tan sólo se requiere determinar el salario que vacía ambos mercados, esto se consigue despejando w del exceso de demanda ya sea del mercado laboral o del mercado de bienes. Sin embargo, la solución se alcanza por medio de un proceso de iteración de precios hasta que la demanda neta sea nula. Es aquí, en donde el subastador Walrasiano interviene el conducir la puja, baja los precios ante el exceso de oferta y los sube ante los excesos de demanda, hasta alcanzar los precios que vacían el mercado permitiéndose hasta entonces el intercambio mutuamente beneficioso.

20.3.6. Efectos sustitución y riqueza de un choque tecnológico

Dadas la función de producción $f_0\ (q)$ y la curva de indiferencia u_0, graficadas en la Ilustración 20.7, el equilibrio se alcanza en el punto A, en la tangencia de la función de producción y la curva de indiferencia, este equilibrio determina la cantidad de esfuerzo laboral q_0 y la producción en x_0. En dicho punto la productividad marginal del trabajo es igual a la relación marginal de sustitución ocio-consumo.

Si a partir del punto de equilibrio A se supone un choque externo positivo, la función de producción aumentará de $f_0\ (q)$ a $f_2\ (q)$, alcanzando el nuevo equilibrio en la función de utilidad u_2, punto C de la Ilustración 20.7, el que determina la cantidad de esfuerzo laboral en q_0 y la producción x_2. Nuevamente el equilibrio se alcanza cuando la productividad marginal del trabajo es igual a la relación marginal de sustitución ocio-consumo.

Para identificar el efecto sustitución e ingreso del choque tecnológico se agrega la función de producción compensada f_1 *(q)*, la que tiene la misma pendiente que la función de producción que muestra el choque tecnológico f_2 *(q)* y que debe pasar estrictamente por el punto de equilibrio inicial A. La función de producción compensada f_1 *(q)* es tangente a la curva de indiferencia u_1, en el punto B, determinando el equilibrio compensado que sirve para identificar el efecto sustitución y riqueza generados por el choque tecnológico.

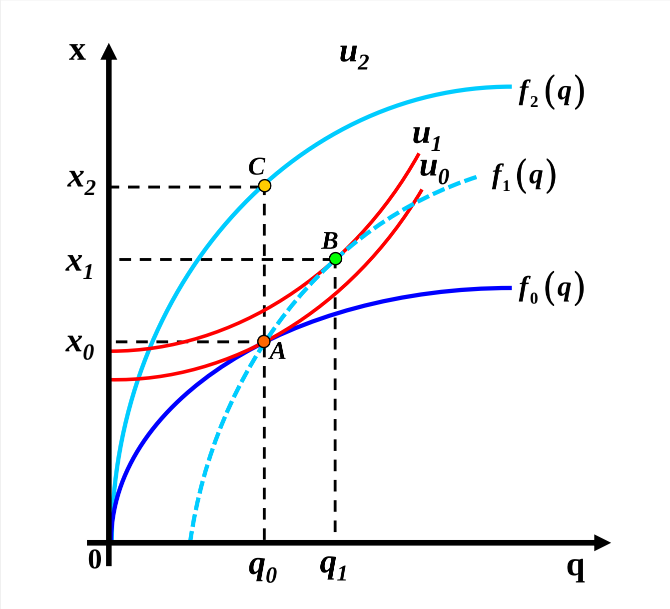


Ilustración 20.7. Efectos sustitución y riqueza de un choque tecnológico.

Donde:
q = Cantidad de trabajo.
x = Cantidad del bien.

El efecto sustitución es el desplazamiento del punto A al punto B; al aumentar el producto marginal el agente sustituye ocio por trabajo aumentando de q_0 a q_1 y la producción crece de x_0 a x_1. El efecto riqueza es el desplazamiento del punto B al C, lo que reduce su esfuerzo laboral de q_1 a q_0 y la producción aumente de x_1 a x_2.

El efecto sustitución es el desplazamiento del punto A al punto B, se denomina sustitución porque la función de producción f_1 *(q)* tiene mayor productividad marginal en cada punto respecto a la función de producción f_0 *(q)*, al aumentar el producto marginal el agente sustituye el ocio por trabajo aumentando de q_0 a q_1 y la producción crece de x_0 a x_1.

El efecto riqueza es el desplazamiento del punto B al C, se denomina riqueza porque la función de producción f_1 *(q)* tiene la misma productividad marginal que la función f_2 *(q)* en cada punto, pero dada cualquier cantidad de esfuerzo laboral se produce una mayor cantidad de bienes, lo que incide para que el agente reduzca su esfuerzo laboral de q_1 a q_0 y la producción aumente de x_1 a x_2.

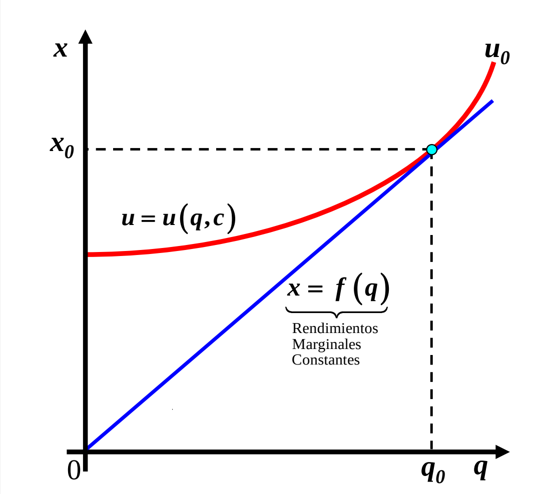
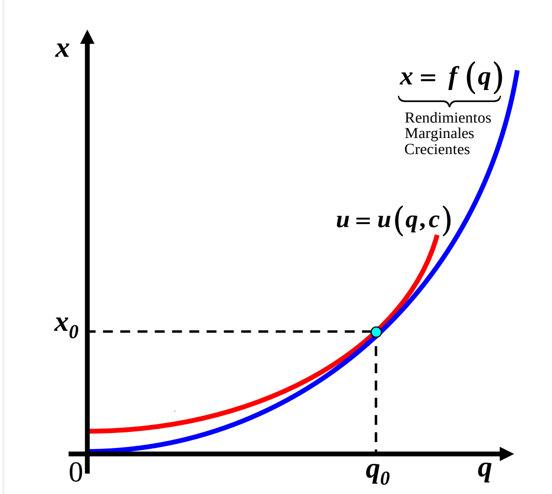
La producción se refuerza tanto con el efecto sustitución, aumenta de x_0 a x_1, como el efecto riqueza, alza de x_1 a x_2. En contraste, el esfuerzo laboral tiene variaciones encontradas, por una parte, el efecto sustitución aumenta el esfuerzo laboral de q_0 a q_1, por la otra, el efecto riqueza lo disminuye de q_1 a q_0. El resultado final de la suma algebraica de los efectos sustitución y riqueza es ambiguo porque depende de la magnitud de cada uno, presentándose tres casos:

A. Si el efecto sustitución es mayor que el efecto riqueza aumenta el esfuerzo laboral.
B. Si el efecto sustitución es igual que el efecto riqueza el esfuerzo laboral no cambia.
C. Si el efecto sustitución es menor que el efecto riqueza disminuye el esfuerzo laboral.

20.3.7. Rendimiento marginal creciente

Hasta ahora se ha supuesto que el trabajo tiene rendimientos marginales decrecientes. Sin embargo, si éste tiene rendimientos marginales constantes, la función de producción será una línea recta que pasa por el origen, con lo que el beneficio es nulo. Su dotación estará compuesta por un beneficio nulo y su dotación inicial de horas de trabajo. Cabe señalar que en esta condición la recta presupuestal es idéntica a la función de producción. No obstante, el equilibrio se alcanza en el punto de tangencia de la función de producción y la curva de indiferencia como en el análisis previo.

Ilustración 20.7. Equilibrio general bajo diversos tipos de rendimientos marginales

Rendimientos marginales constantes	Rendimientos marginales crecientes
	
Donde: q = Cantidad de trabajo; x = Cantidad del bien. Cuando los rendimientos marginales del factor trabajo son constantes se cumple la condición de tangencia entre la función de utilidad y la función de producción (idéntica a la restricción presupuestal).	Sin embargo, cuando la tecnología exhibe rendimientos marginales crecientes el punto de tangencia entre la curva de indiferencia y la función de producción determina la máxima pérdida. En esta situación no se puede alcanzar el equilibrio general.

A diferencia, cuando el factor trabajo tiene rendimientos marginales crecientes, la curva de indiferencia es tangente a la función de producción, pero el punto de contacto no maximiza el beneficio, ya que si la empresa se enfrenta al salario real igual a la relación marginal de sustitución ocio-consumo la empresa desearía producir una cantidad mayor a la que demanda el consumidor. En el punto de elección óptima los costos medios de producción son mayores a los costos marginales, lo que implica un beneficio negativo. Con tal de maximizar su beneficio la empresa elevaría la producción, pero sería incompatible con la demanda del bien de consumo y la oferta de trabajo del consumidor. Por tanto, en este caso no existe un precio al cual la demanda del consumidor que maximiza la utilidad sea igual a la oferta de la empresa que maximiza el beneficio.

20.4. EJERCICIO DE EQUILIBRIO GENERAL 1X1X1X1

Suponga que un agente económico tiene la siguiente función de producción $x = f(q) = Aq^{\alpha}$, en donde el parámetro tecnológico $A = 2$ y la elasticidad producto $\alpha = 0.5$. Asimismo, el agente tiene la siguiente función de utilidad $u(\bar{q} - q, c) = (\bar{q} - q)^{\beta} (c)^{\gamma}$, en donde el tiempo máximo disponible medido en horas $\bar{q} = 24$, y las potencias de la función de utilidad son $\beta = 0.5$ y $\gamma = 0.5$. Con base en la información resulva lo siguiente[7]:

A. Con base en el enfoque centralizado, calcule la cantidad de horas de trabajo y las unidades del bien de consumo del agente.

$$q = \bar{q}\left(\frac{\gamma\alpha}{\beta + \gamma\alpha}\right) = 24\left(\frac{(0.5)(0.5)}{0.5 + (0.5)(0.5)}\right) = 8$$

$$x = A\left(\bar{q}\,\frac{\gamma\alpha}{\beta + \gamma\alpha}\right)^{\alpha} = 2\left(24\left(\frac{(0.5)(0.5)}{0.5 + (0.5)(0.5)}\right)\right)^{0.5} = 2(2.8) = 5.65$$

B. Con base en el enfoque descentralizado, calcule la cantidad de horas de trabajo y las unidades producidas del bien de consumo del agente cuando el empresario maximiza el beneficio de la empresa, suponga que el precio del bien es 1 y el salario nominal es 0.25

$$x = 2\left(\frac{0.25}{0.5(1)(2)}\right)^{\frac{0.5}{0.5-1}} = 2(0.25)^{\frac{0.5}{-0.5}} = 2(0.25)^{-1} = 8$$

$$q = \left(\frac{0.25}{0.5(1)(2)}\right)^{\frac{0.5}{0.5-1}} = (0.25)^{\frac{1}{0.5}} = (0.25)^{-2} = 16$$

C. Con base en el enfoque descentralizado, calcule la cantidad de horas de trabajo y las unidades del bien de consumo del agente cuando el consumidor maximiza su utilidad, suponga que el beneficio es igual a 2.

$$q = 24 - \left(\frac{0.5}{0.5 + 0.5}\right)\left(\frac{2 + 0.25(24)}{0.25}\right) = 24 - 0.5(32) = 24 - 16 = 8$$

$$c = \left(\frac{0.5}{0.5 + 0.5}\right)\left(\frac{2 + 0.25(24)}{1}\right) = \left(\frac{0.5}{1}\right)\left(\frac{2 + 6}{1}\right) = 0.5(8) = 4$$

---

[7] El ejercicio se resolvió utilizando el simulador computacional μicro@conomía. Dé un clic en el icono verde de la palabra *"20. Equilibrio general 1X1X1X1"* (20. Equilibrio General: 1X1X1X1) y se descargará la aplicación. Dé un clic en ella y habilite el contenido en Excel para visualizar las opciones. Elija el botón correspondiente y en las celdas color naranja escriba el valor de los parámetros. *Vid.* capítulo **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**. **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**.

D. Como puede observar las decisiones tomadas por el empresario y el consumidor son distintos porque se eligió un salario nominal arbitrario. Ocupe los parámetros indicados (menos el salario nominal) para determinar el salario nominal y el salario real que permite el vaciado de los mercados de trabajo y del bien de consumo.

$$2\left(\frac{1}{0.5(2)}\frac{w}{p}\right)^{\frac{0.5}{0.5-1}}-\left(\frac{0.5}{0.5+0.5}\left(\frac{\pi}{1}+\frac{w}{p}24\right)\right)=0$$

$$2\left(\frac{w}{p}\right)^{-1}-\left(0.5\left(\pi+\frac{w}{p}24\right)\right)=0$$

$$\frac{2}{\frac{w}{p}}-\left(0.5\pi+\frac{w}{p}24\right)=0$$

El único salario nominal que vacía tanto el mercado laboral como el bien de consumo es: 0.353553 y como el precio del bien es 1, el salario nominal es igual al salario real.

E. Grafique en un cuadrante la función de producción, el isobeneficio, la función de utilidad, la restricción presupuestal y el punto de equilibrio del agente con sus respectivas cantidades de trabajo y consumo.