I.- Teoría de conjuntos

Definición de conjunto

Un conjunto se considera como una colección de objetos, llamados miembros o elementos del conjunto.

Existen dos formas de expresar un conjunto:

a) Por extensión $\{a, e, i, o, u\}$
b) Por comprensión $\{x \mid x \in \text{vocales}\}$ ó $\{x \mid x \text{ es una vocal}\}$

Definición de conjunto

- Notación de conjunto.

  Se lleva a cabo por medio de letras mayúsculas

- Requisitos de un conjunto.

  a) La colección de objetos debe de estar bien definida.
  b) Ningún objeto del conjunto se debe de contar más de una vez.
  c) El orden en que se enumeren los objetos carece de importancia.

Conjunto Universal

- Es el conjunto que consta de todos los elementos a los que se puede referir una situación en particular.
- Se denota con la letra Ω .
- Consideraciones.
  1. El conjunto universal no es único; depende del problema que se esté considerando y puede cambiar según la situación particular de que se trate.
  2. Aún para un mismo problema el conjunto universal no está definido en forma única; podemos elegirlo a nuestra conveniencia con relativa libertad.

  Una vez que se ha decidido cuál es el conjunto universal, ese conjunto permanece fijo y todos los demás conjuntos mencionados en la misma discusión se forman con elementos del conjunto universal.

Conjunto Vacío

- Es el conjunto que no posee elementos y se designa con el símbolo $\varnothing$ o por $\{\,\}$.
- Es importante notar que $\varnothing$ es distinto de cero y de $\{0\}$.
  1. $\varnothing$ es un conjunto sin elementos.
  2. $\{0\}$ es un conjunto con un solo elemento, el número cero.
  3. Cero es un número y no un conjunto.
- Usualmente se define a un conjunto vacío recurriendo a un par de condiciones mutuamente contradictorias.

Conjuntos disjuntos o ajenos

- Dos conjuntos A y B son disjuntos si y sólo si, no tienen ningún elemento en común.

Pertenencia

- La relación que existe entre un conjunto y sus elementos se llama pertenencia.
- Si un elemento pertenece a un conjunto A se escribe como $a \in A$. Si no pertenece se escribe como $a \notin A$.

Contención

- Es cuando cada elemento del conjunto A pertenece a un conjunto B llamamos a A un subconjunto de B, escrito A $\subset$B ó B$\supset$ A se lee "A esta contenido en B" ó "B contiene a A"
- Si A$\subset$ B y B$\subset$ A entonces A es igual a B, esto significa que A y B tienen los mismos elementos.

Identidad

- Si el suceso B es verificado por los mismos resultados que verifican al suceso A y sólo por éstos, se dice que los sucesos A y B son idénticos. Se escribe A = B. Los sucesos elementales de A y B son los mismos.

Unión

- Sean A y B dos subconjuntos cualesquiera del conjunto universal. La unión de los conjuntos A y B es el conjunto de los elementos de que pertenecen por lo menos a uno de los conjuntos A o B.
- En símbolos:

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ó } x \in B\}$$

Intersección

- Si A y B son dos conjuntos cualesquiera del conjunto universal.
- La intersección de los conjuntos A y B, es el conjunto de los elementos de Ω que son elementos tanto de A como de B.

$$A \cap B = \{x | x \in A \text{ y } x \in B\}$$

Complemento

- El complemento de A es el conjunto de los elementos x que pertenecen a Ω pero no pertenecen a A.
- Sea A un subconjunto cualquiera del conjunto universal. El complemento de A con respecto a se define como el conjunto de elementos de que no pertenecen a A. se simboliza como: A', B^c, $\overline{B}$.

$$A' = \{x \in \Omega \mid x \notin A\}$$

$$A^c = \{x \mid x \in \Omega \text{ y } x \notin A\}$$

Diferencia

- Sean A y B dos subconjuntos cualesquiera del conjunto universal. La diferencia de dos conjuntos A y B es el conjunto de elementos que pertenecen a A pero no a B.
- El conjunto diferencia se denota por A–B y se especifica por comprensión mediante la expresión:

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ y } x \notin B\}$$

Producto cartesiano

- Es el conjunto formado por todos los pares ordenados (x,y) tales que x es un elemento de A y también y es un elemento de B se simboliza AXB y se denota como:

$$AXB = \{(x,y) \mid x \in A \text{ y además } y \in B\}$$

Expresión que se lee "A cartesiano B".

- "A cartesiano B" es un conjunto cuyos elementos son pares ordenados, donde el primer elemento de cada par pertenece al conjunto A y el segundo al conjunto B. El producto cartesiano de conjuntos no es conmutativo.

Conjunto potencia

- El conjunto potencia P(S) es la clase de todos los subconjuntos de S.

Ejercicios

1. Escribe lo siguiente en notación de conjuntos:

a) El conjunto de todos los números reales mayores que 27

b) El conjunto de todos los números reales mayores que 8 pero menores que 73

2. Dados los conjuntos $S_1 = (2, 4, 6)$, $S_2 = (7, 2, 6)$, $S_3 = (4, 2, 6)$, y $S_4 = (2, 4)$, ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas?

a) $S_1 = S_2$

b) $S_1 = R$

c) $5 \in S_2$

d) $3 \notin S_2$

e) $4 \notin S_4$

f) $S_4 \subset R$

g) $S_1 \supset S_4$

h) $\varnothing \subset S_2$

i) $S_3 \supset (1, 2)$

Ejercicios

3. De acuerdo a los mismos conjuntos anteriores, encontrar:

a) $S_1 \cup S_2$
b) $S_1 \cup S_3$
c) $S_2 \cup S_3$
d) $S_2 \cup S_4$
e) $S_4 \cap S_2 \cap S_1$
f) $S_3 \cup S_1 \cup S_4$

4. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son válidas?

a) $A \cup A = A$
b) $A \cap A = A$
c) $A \cap \varnothing = A$
d) $A \cap U = U$
e) $A \cap \varnothing = \varnothing$
f) $A \cap U = A$
g) El complemento de A es A